SALX

Formalizzazione Formale Proof-Grade (Lean)

Separazione non circolare tra verità semantica e verdetto procedurale

Stage 0 → Stage 3

Documento scientifico di formalizzazione

Autore

Pierernesto Di Paolo

Anno

2026

Ambito del documento

Sistemi formali

Verifica matematica

Audit procedurale

Determinismo operativo

Governance delle decisioni

Nota di copertina

Il presente documento costituisce la formalizzazione matematica e logica, in linguaggio Lean, del sistema SALX descritto nel trattato fondazionale.

Questo testo non introduce nuovi contenuti teorici, non amplia il dominio concettuale e non formula nuovi claim scientifici.
Il suo unico scopo è dimostrare, in modo proof-grade, che il sistema SALX è formalizzabile, coerente, non circolare e auditabile.

ABSTRACT

Questo documento presenta la formalizzazione completa, in linguaggio Lean, del nucleo del sistema SALX, articolato nei livelli Stage 0, Stage 1, Stage 2 e Stage 3.

La formalizzazione dimostra che è possibile separare in modo rigoroso e non circolare la verità semantica da un verdetto procedurale auditabile, introducendo un sistema di verifica basato su soundness asimmetrica, eventi di verdetto, irreversibilità e governance ex ante.

Lean è utilizzato come unico oracolo di correttezza formale.
Nessuna assunzione semantica sulla verità del contenuto viene introdotta.

Parole chiave

Formalizzazione Lean

Proof-grade

Auditabilità

Soundness asimmetrica

Governance procedurale

Irreversibilità

SEZIONE 0

SCOPO E POSIZIONAMENTO DELLA FORMALIZZAZIONE

Il presente documento accompagna il trattato fondazionale SALX come **artefatto di dimostrazione formale**.

Il trattato concettuale definisce il significato, la portata e le implicazioni del sistema. Questo documento dimostra che tale sistema può essere espresso in un linguaggio formale rigoroso, senza perdita di coerenza e senza introdurre circolarità.

La formalizzazione non è un'implementazione operativa, ma una **prova di eseguibilità logica**.

SEZIONE I

PRINCIPI METODOLOGICI DELLA FORMALIZZAZIONE

La formalizzazione segue i seguenti principi vincolanti:

1. Nessuna definizione circolare
2. Nessun assioma semantico sulla verità
3. Soundness trattata come requisito di istanza
4. Separazione netta tra procedura e significato
5. Lean come unico oracolo di correttezza

Ogni concetto introdotto è minimale e astratto.

SEZIONE II

OGGETTI FORMALI DI BASE (STAGE 0)

Si introducono gli oggetti fondamentali del sistema.

inductive Verdict

| PASS

| FAIL

Il verdetto è un valore binario.
Non esprime verità o falsità, ma conformità procedurale.

structure Specification where

  name : String

La specifica rappresenta l'insieme dei requisiti procedurali dichiarati.

constant Artifact : Type

constant Evidence : Type

Artefatto ed evidenza sono lasciati astratti.
La formalizzazione non assume nulla sul loro contenuto.

structure EvidenceSource where

  produce   : Artifact -> Evidence

  integrity : Artifact -> Evidence -> Prop

La fonte di evidenza è separata dall’auditor.

constant Conforms : Artifact -> Prop

La conformità è una proprietà semantica esterna.
Non è definita in termini di verdetto.

constant Auditor :

  Specification -> EvidenceSource -> Artifact -> Verdict

L’auditor è una procedura deterministica.

STAGE 1 — SOUNDNESS ASIMMETRICA COME REQUISITO DI ISTANZA

SEZIONE III

IL PROBLEMA DELLA SOUNDNESS

Nei sistemi formali tradizionali, la soundness viene spesso introdotta come un assioma globale del sistema.
Questa scelta è problematica in contesti istituzionali, poiché introduce una universalità non verificabile e rende il sistema vulnerabile a specifiche triviali o mal definite.

SALX adotta una strategia diversa.

La soundness non è una proprietà del sistema in astratto, ma un requisito che ogni istanza concreta deve dimostrare.

In questo modo, il sistema rimane generale, mentre la responsabilità della correttezza viene spostata sulle istanze applicative.

SEZIONE IV

ISTANZA VALIDA

Si introduce il concetto di istanza valida del sistema SALX.

```
structure ValidInstance where
  spec     : Specification
  evidence : EvidenceSource
  soundness_proof :
    forall a : Artifact,
      Auditor spec evidence a = Verdict.PASS ->
      Conforms a
```

Un’istanza valida è definita da:

– una specifica procedurale
– una fonte di evidenza
– una prova di soundness asimmetrica

La prova di soundness non è opzionale.
Chiunque voglia utilizzare SALX deve fornirla.

SEZIONE V

TEOREMA DI SOUNDNESS DERIVATA

A partire da un’istanza valida, si può derivare il seguente teorema.

```
theorem soundness_from_instance
  (I : ValidInstance)
  (a : Artifact) :
  Auditor I.spec I.evidence a = Verdict.PASS ->
  Conforms a :=
I.soundness_proof a
```

Questo teorema non introduce nuove assunzioni.
Rende esplicito ciò che è già contenuto nell’istanza.

SEZIONE VI

PROPRIETÀ OTTENUTE ALLO STAGE 1

Al termine dello Stage 1, il sistema SALX possiede le seguenti proprietà:

– nessuna circolarità tra verdetto e conformità

– nessun assioma globale sulla verità

– soundness come obbligo costruttivo

– responsabilità esplicita dell'istanza

Questo rappresenta il primo punto di non ritorno del sistema.

SEZIONE VII

SIGNIFICATO METODOLOGICO

La scelta di trattare la soundness come requisito di istanza e non come assioma globale ha implicazioni profonde.

Essa rende il sistema:

– più debole in senso logico
– più forte in senso operativo
– verificabile caso per caso
– resistente ad abusi concettuali

Questo compromesso è intenzionale e necessario.

SEZIONE VIII

IL VERDETTO COME EVENTO OSSERVABILE

Affinché un sistema decisionale sia auditabile ex post, il verdetto non può rimanere un valore effimero calcolato una sola volta.
Deve diventare un **evento osservabile**, registrabile e riferibile nel tempo.

SALX introduce quindi una distinzione fondamentale tra:

– il calcolo del verdetto
– la sua emissione come evento

Il calcolo resta una funzione deterministica.
L'emissione è un atto procedurale osservabile.

SEZIONE IX

FORMALIZZAZIONE DELL'EVENTO

Si introducono i concetti astratti di evento e di emissione del verdetto.

constant Event : Type

L'evento rappresenta un fatto procedurale registrato.
Il suo contenuto concreto (timestamp, log, hash) è lasciato esterno.

constant Emit :

Specification -> EvidenceSource -> Artifact -> Verdict -> Event

La funzione Emit registra l'esito di una procedura sotto forma di evento.
Essa non decide e non verifica; si limita a rendere osservabile il risultato.

SEZIONE X

TRACCIABILITÀ DELL'AUDIT

Per rendere possibile l'audit ex post, è necessario poter collegare un evento ai suoi parametri procedurali.

constant Records :

Event -> Specification -> EvidenceSource -> Artifact -> Verdict -> Prop

La relazione Records stabilisce che un certo evento registra un determinato verdetto, relativo a una specifica, una fonte di evidenza e un artefatto.

Questo consente di verificare ciò che è stato deciso senza rieseguire la procedura.

SEZIONE XI

COERENZA EVENTO–PROCEDURA

Affinché un evento sia significativo, deve essere coerente con l’auditor che ha prodotto il verdetto.

constant EventSound :

forall S E a,

Records (Emit S E a Verdict.PASS) S E a Verdict.PASS ->

Auditor S E a = Verdict.PASS

Questa regola non introduce soundness semantica.
Garantisce solo che un evento che dichiara PASS corrisponde a un calcolo effettivo di PASS.

SEZIONE XII

IRREVERSIBILITÀ DEL VERDETTO

Un sistema auditabile deve impedire la riscrittura retroattiva dei verdetti.

SALX introduce l'irreversibilità come vincolo procedurale.

```
axiom Irreversible :
  forall ev S E a v1 v2,
    Records ev S E a v1 ->
    Records ev S E a v2 ->
    v1 = v2
```

Questo assioma non riguarda la verità del mondo.
Riguarda la coerenza del registro degli eventi.

SEZIONE XIII

TEOREMA DI AUDITABILITÀ

A partire da un'istanza valida, è possibile derivare la conformità a partire dall'evento registrato.

```
theorem auditability
  (I : ValidInstance)
  (a : Artifact) :
  Records (Emit I.spec I.evidence a Verdict.PASS)
          I.spec I.evidence a Verdict.PASS ->
  Conforms a :=
by
  intro h
  have hpass :
    Auditor I.spec I.evidence a = Verdict.PASS :=
      EventSound I.spec I.evidence a h
  exact I.soundness_proof a hpass
```

Questo teorema mostra che:

– l’audit può avvenire ex post

– non è necessario rieseguire la procedura

– la conformità deriva dall’evento

SEZIONE XIV

RISULTATI DELLO STAGE 2

Al termine dello Stage 2, SALX possiede:

– verdetti come eventi osservabili

– auditabilità ex post

– irreversibilità procedurale

– separazione completa tra evento e semantica

Questo completa la dimensione temporale del sistema.

STAGE 3 — GOVERNANCE EX ANTE, AMMISSIBILITÀ E CHIUSURA FORMALE

SEZIONE XV

GOVERNANCE EX ANTE

Un sistema auditabile non può limitarsi a verificare verdetti dopo che sono stati emessi.
Deve anche stabilire **prima** quali procedure siano ammesse a emettere verdetti validi.

SALX introduce quindi una governance ex ante, separata dalla valutazione dei risultati.

La governance non giudica la verità delle decisioni.
Giudica l’ammissibilità delle procedure.

SEZIONE XVI

AMMISSIBILITÀ DELLA PROCEDURA

L’ammissibilità è un predicato procedurale che stabilisce se una procedura possa emettere eventi validi.

constant Admissible :

Specification -> EvidenceSource -> Prop

Una procedura può essere ammissibile anche se produce verdetti FAIL.
L’ammissibilità riguarda l’accesso al sistema, non l’esito delle decisioni.

SEZIONE XVII

REGOLA DI GOVERNANCE

La governance impone un vincolo minimo ma essenziale:
nessun evento valido può provenire da una procedura non ammissibile.

axiom Governance :

forall S E a v,

Records (Emit S E a v) S E a v ->

Admissible S E

Questo assioma non introduce contenuti semantici.
Garantisce la coerenza procedurale dell'infrastruttura di audit.

SEZIONE XVIII

VALIDITÀ DEL VERDETTO

Si definisce ora il concetto di verdetto valido.

```
def ValidVerdict
  (S : Specification)
  (E : EvidenceSource)
  (a : Artifact)
  (v : Verdict) : Prop :=
  Admissible S E /\
  Records (Emit S E a v) S E a v
```

La validità del verdetto dipende da due fattori:

– l’ammissibilità della procedura
– l’esistenza di un evento registrato

Non dipende dalla verità del contenuto.

SEZIONE XIX

TEOREMA DI SEPARAZIONE FINALE

A partire da un’istanza valida, la conformità può essere derivata solo da un verdetto valido di tipo PASS.

```
theorem separation_final
  (I : ValidInstance)
  (a : Artifact) :
  ValidVerdict I.spec I.evidence a Verdict.PASS ->
  Conforms a :=
by
  intro hv
  have hrec :
    Records (Emit I.spec I.evidence a Verdict.PASS)
            I.spec I.evidence a Verdict.PASS :=
    hv.right
  have hpass :
    Auditor I.spec I.evidence a = Verdict.PASS :=
      EventSound I.spec I.evidence a hrec
  exact I.soundness_proof a hpass
```

Questo teorema chiude il sistema.

SEZIONE XX

PROPRIETÀ GLOBALI OTTENUTE

Con la chiusura dello Stage 3, SALX soddisfa simultaneamente:

– separazione non circolare tra verità e verdetto

– soundness asimmetrica

– auditabilità ex post

– irreversibilità dei verdetti

– governance ex ante

– indipendenza dal dominio applicativo

Lean verifica tutte le dipendenze.

SEZIONE XXI

RUOLO DEGLI STRUMENTI DI SUPPORTO

Nel processo di formalizzazione sono stati utilizzati strumenti di supporto automatizzato con funzioni esclusivamente tecniche e redazionali.

Tali strumenti:

– non costituiscono fonte epistemica
– non assumono ruolo autoriale
– non introducono contenuti scientifici autonomi

La responsabilità scientifica e giuridica dell’opera è integralmente dell’autore.

SEZIONE XXII

LIMITI E NON-CLAIM

La presente formalizzazione:

– non sostituisce sistemi decisionali reali

– non automatizza decisioni

– non valuta la verità dei contenuti

– non produce prescrizioni operative

Essa dimostra esclusivamente la **coerenza formale** del sistema SALX.

SEZIONE XXIII

NOTE LEGALI E COPYRIGHT

Opera di proprietà esclusiva di **Pierernesto Di Paolo**.

Tutti i diritti riservati.

Uso consentito esclusivamente per:

– ricerca scientifica
– verifica formale
– audit metodologico

È vietato l’uso clinico diretto, l’uso giudiziario sostitutivo e l’automazione decisionale.

Ogni altro utilizzo richiede autorizzazione scritta dell’autore.

CONCLUSIONE FINALE

Il sistema SALX dimostra che è possibile costruire un framework decisionale in cui la correttezza procedurale è verificabile senza confondere processo e verità.

La formalizzazione Lean prova che questa distinzione è coerente, non circolare e auditabile.

Con questo risultato, il ciclo fondazionale di SALX è chiuso.